**Zadania 1.**

**Działania na zdarzeniach losowych, prawdopodobieństwo warunkowe i zupełne, wzór Bayesa, elementy kombinatoryki.**

1. ~~Udowodnij, że maksymalny rozmiar zbioru zdarzeń losowych Z wynosi  gdzie n to ilość zdarzeń elementarnych.~~
2. Podaj przestrzeń zdarzeń elementarnych oraz wszystkie możliwe sigma-algebry zbudowane na tym zbiorze dla doświadczenia losowego polegającego na dwukrotnym rzucie monetą.
3. Dla doświadczenia polegającego na podwójnym rzucie kostką zdefiniuj następujące zdarzenia losowe poprzez podanie wszystkich zgodnych zdarzeń elementarnych:
   1. W obu rzutach wypadły te same wartości
   2. W pierwszym rzucie wypadło 1
   3. W obu rzutach wypadły liczby parzyste większe lub równe 4.
   4. Suma oczek, które wypadły w obu rzutach jest mniejsza niż 4.
   5. Wartość bezwzględna różnicy wyników otrzymanych w obu rzutach jest równa 3.
4. Na podstawie wyników otrzymanych w zadaniu 2 oblicz następujące zdarzenia losowe (w pkt a zdefiniowane jest zdarzenie A itd.):
5. 
6. AC
7. 
8. CD
9. …
10. Jakie jest prawdopodobieństwo, że dziecko bawiąc się klockami z literami: a,a,k,s,s,t,t,t,y,y ułoży napis: statystyka?
11. Studenci rozwiązują test, który składa się z 10 zadań. Dla każdego z zadań mogą wybrać jedną z trzech odpowiedzi. Tylko jedna odpowiedź jest poprawna. Jakie jest prawdopodobieństwo, że student, który nie przygotował się do kolokwium i wybiera przypadkowe odpowiedzi zaliczy test, jeśli do zaliczenia należy poprawnie odpowiedzieć na co najmniej 6 pytań? Jak zmieni się to prawdopodobieństwo, gdy do wyboru będą tylko 2 odpowiedzi, a do zaliczenia wystarczy poprawnie odpowiedzieć na 5 pytań.
12. Mamy do dyspozycji dwie zapałki. Wiemy, że prawdopodobieństwo zapalenia ogniska jedną zapałką wynosi 0.7, a dwiema jednocześnie 0.95. Która metoda zapalenia jest pewniejsza: a). Zapalamy ognisko najpierw jedną zapałką a potem drugą, czy b). zapalamy ognisko dwiema złączonymi zapałkami?
13. Prawdopodobieństwo zachorowania na grypę wynosi 0.1 a prawdopodobieństwo, że chory na grypę ma wysoką gorączkę wynosi 0.9. Oblicz prawdopodobieństwo, że osoba z wysoką gorączką ma grypę, zakładając, że swoistość objawu gorączki dla grypy wynosi 0.5.
14. Wykaż, że :
    1. Jeśli A i B to zdarzenia niezależne to A’ i B’ są także niezależne
    2. Jeśli P(B)>0 i  to 
15. Pewien towar produkują trzy zakłady. Prawdopodobieństwo wyprodukowania towaru pierwszej jakości jest inne dla każdego zakładu i wynosi: 0.97, 0.9 i 0.86. Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrana sztuka towaru spośród trzech egzemplarzy, z których każdy jest z innego zakładu, jest pierwszej jakości?
16. Koparka może pracować w warunkach trudnych i normalnych. Prawdopodobieństwo, że koparka pracuje w warunkach trudnych wynosi 0.2. Prawdopodobieństwo, że koparka ulegnie awarii w czasie t wynosi 0.05 gdy pracuje w warunkach normalnych i 0.25 gdy pracuje w warunkach trudnych.
    1. Jakie prawdopodobieństwo, że w czasie t koparka ulegnie awarii?
    2. W czasie t koparka się popsuła. Jakie jest prawdopodobieństwo, że pracowała wtedy w warunkach normalnych.
17. W mieście panuje epidemia grypy. W 10% rodzin ojciec ma grypę, Matka ma grypę również w 10% rodzin. Natomiast w 2% rodzin matka i ojciec mają grypę. Czy zachorowalność na grypę ojców i matek to zdarzenia niezależne? Jakie jest prawdopodobieństwo, że ojciec jest chory, jeśli wiadomo, ze matka jest chora?
18. Załóżmy, że istnieje 20% szansy, że dziecko zarazi się grypą. Wiadomo, że prawdopodobieństwo, że w rodzinach z dwójką dzieci oboje dzieci się zaraziło wynosi 10%. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w takich rodzinach co najmniej jedno dziecko zarazi się grypą?
19. Tabela poniżej przedstawia rozpowszechnienie choroby Alzheimera w różnych grupach wiekowych podając ilość przypadków tej choroby na 100 osób z odpowiedniej populacji. Załóżmy, że wybrano trzy niezwiązane ze sobą osoby: dwie kobiety w wieku 76 i 82 i jednego mężczyznę w wieku 77 lat.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Grupa wiekowa | Mężczyźni | Kobiety |
| 65-69 | 1.6 | 0 |
| 70-74 | 0 | 2.2 |
| 75-79 | 4.9 | 2.3 |
| 80-84 | 8.6 | 7.8 |
| 85+ | 35 | 27.9 |

* 1. Jakie jest prawdopodobieństwo, że co najmniej jedna z tych osób cierpi na chorobę Alzheimera?
  2. Jeśli wiemy, że jedna z osób cierpi na chorobę Alzheimera jakie jest prawdopodobieństwo, że jest to kobieta?
  3. Jeśli wiemy, że dwie osoby cierpią na chorobę Alzheimera jakie jest prawdopodobieństwo, że obie są kobietami?
  4. Jeśli wiemy, że obie osoby cierpią na Alzheimera jakie jest prawdopodobieństwo, że obie te osoby mają mniej niż 80 lat?

1. Grupie uczniów (12-14 lat) najpierw pokazano film przedstawiający metodę sprawdzania, czy ktoś pali papierosy poprzez badanie składu chemicznego śliny, a następnie pobrano od nich próbki śliny, oraz pytano się ile każdy z nich pali papierosów w tygodniu. Wyniki przestawione są w poniższej tabeli. Markerem jest tutaj siarkocyjanek (SCN). Uważa się, że u palaczy stężenie tego związku w ślinie powinno być większe niż 100µg/ml.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ilość wypalanych papierosów w tygodniu | Ilość studentów | Odsetek studentów z SCN>100 µg/ml |
| 0 | 1163 | 3.3 |
| 1-4 | 70 | 4.3 |
| 5-14 | 30 | 6.7 |
| 15-24 | 27 | 29.6 |
| 25-44 | 19 | 36.8 |
| 45+ | 23 | 65.2 |

Zakładając że studenci są prawdomówni, oraz że za palacza możemy uznać kogoś, kto wypali co najmniej 1 papierosa w tygodniu oblicz:

* 1. Swoistość testu na palenie papierosów opartego na badaniu stężenia SCN
  2. Czułość testu dla studentów palących poniżej 14 papierosów w tygodniu.