Zadania 2.

**Zmienna losowa i jej rozkład.**

1. Dana jest funkcja prawdopodobieństwa zmiennej losowej X:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | -5 | -2 | 0 | 1 | 3 | 8 |
| Pi | 0.1 | 0.2 | 0.1 | 0.2 | C | 0.1 |

Wyznacz:

1. Stałą c
2. Dystrybuantę zmiennej losowej X i jej wykres
3. Prawdopodobieństwa: P(X=1), P(X=2), P(X<3), P(X<2), P(X≥0), P(-2≤X<3)
4. Obsługa działa ma do dyspozycji 3 pociski. Prawdopodobieństwo trafienia do celu jednym pociskiem wynosi 0.7. Strzelanie kończy się z chwilą trafienia do celu, lub wyczerpania pocisków. Wyznacz funkcję prawdopodobieństwa liczby oddanych strzałów, oraz przeciętną ilość oddanych strzałów.
5. Zapałkę o długości 5 cm. złamano w dowolnym punkcie. Zakładając, że rozkład długości krótszej części jest jednostajny oblicz prawdopodobieństwo, że długość krótszego kawałka zapałki nie przekracza 0.5 cm.
6. Przypuszcza się, ze w przemyśle oponiarskim istnieje zwiększone ryzyko zachorowania na raka. Załóżmy, że w oparciu o średnią śmiertelność całej populacji oczekiwana ilość zgonów z powodu raka pęcherza wśród pracowników zakładów oponiarskich w ciągu 20 lat wynosi 1.8. W tym czasie zaobserwowano jednak 6 zgonów z tego powodu. Zakładając rozkład Poissona określ jak prawdopodobne jest takie zdarzenie.
7. Załóż, że ilość infekcji ucha środkowego wśród dzieci ma rozkład Poissona z parametrem λ=1.6 zdarzeń na rok. Oblicz prawdopodobieństwo, że dziecko ma 3 lub więcej infekcji ucha środkowego w ciągu pierwszych dwóch lat życia, oraz prawdopodobieństwo, ze nie zapadnie na infekcję w pierwszy roku życia.
8. Wiadomo, że ilość noworodków z poważnymi wadami rozwojowymi wynosi ok. 2.5 procent. W grupie 75 noworodków, których matkami były kobiety palące marihuanę 8 miało poważne wady rozwojowe. Czy grupa matek palących marihuanę może być nazwana grupą podwyższonego ryzyka dotyczącego wad rozwojowych ich dzieci?
9. W grupie narkomanów mniej intensywnie używających narkotyki (grupa A) 40% jest zarażona wirusem HIV, a w grupie bardziej uzależnionej (grupa B) 55%.
   1. Jakie jest prawdopodobieństwo, że dokładnie 3 z pięciu osób wybranych z grupy A jest zarażona HIV?
   2. Jakie jest prawdopodobieństwo, że dokładnie 3 z pięciu osób wybranych z grupy B jest zarażona HIV?
   3. Jeśli utworzymy grupę 20 osób z których 10 jest wziętych z grupy A a 10 z grupy B to jakie jest prawdopodobieństwo, że 3 osoby z tej grupy są zarażone HIV.
10. Spożycie węglowodanów w grupie chłopców w wieku 12-14 lat ma rozkład normalny ze średnią 124 g/1000cal i odchyleniu standardowym 20g/1000cal.
    1. Jaki odsetek chłopców w tym wieku przyjmuje więcej niż 140g/1000 cal węglowodanów?
    2. Jaki odsetek przyjmuje mniej niż 90 g/1000 cal?
11. Osoby są klasyfikowane jako posiadające nadciśnienie jeśli ich ciśnienie skurczowe przekracza pewną wartość zależną od grupy wiekowej. Załóż, że ciśnienie skurczowe ma rozkład normalny określony przez średnią i odchylenie standardowe z poniższej tabelki.
    1. Jaki odsetek osób w wieku 1-14 lat ma nadciśnienie?
    2. Jaki odsetek osób w wieku 15-44 ma nadciśnienie?
    3. Jaki odsetek rodzin ma problem z nadciśnieniem? Rodzinę definiujemy jako składającą się z 4 osób: 2 z grupy wiekowej 1-14 i dwóch z grupy 15-44. Rodzina z problemem z nadciśnieniem to taka w której co najmniej jedna osoba z grupy wiekowej 1-14 i co najmniej jedna z grupy 15-44 mają nadciśnienie. Załóż że nadciśnienie członków rodziny nie zależy od siebie.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Grupa wiekowa | Średnia | Odchylenie stand. | Nadciśnienie od: |
| 1-14 | 105 | 5 | 115 |
| 15-44 | 125 | 10 | 140 |

1. Wzrost i masa ciała w pewnej populacji zdrowych osób mają rozkład normalny ze średnimi i odchyleniami standardowymi określonymi w tabeli poniżej.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Mężczyźni | Kobiety |
| Wzrost | 180 ± 15 cm | 165 ±10 cm |
| masa | 75 ±10 kg | 60 ± 9 kg |

Oblicz następujące wielkości

* 1. Prawdopodobieństwo, że losowo wybrany mężczyzna ma wzrost mniejszy niż 150 cm.
  2. Prawdopodobieństwo, że losowo wybrana para (kobieta i mężczyzna) mają każde masę ciała mniejszą niż 55 kg.
  3. Czy na podstawie tych danych można obliczyć prawdopodobieństwo, że losowo wybrany mężczyzna ma masę ciała mniejszą niż 65 kg i wzrost większy niż 170 cm?
  4. Odsetek kobiet o masie ciała większej niż 75 kg.
  5. Prawdopodobieństwo, że w losowo wybranej parze (kobieta i mężczyzna) dokładnie jedna osoba ma wzrost mniejszy niż 155cm.
  6. Prawdopodobieństwo, że w losowo wybranej parze (kobieta i mężczyzna) co najmniej jedna osoba ma masę większą niż 70 kg.
  7. Pierwszy i trzeci kwartyl wzrostu kobiet.

1. Wyznacz modę i medianę w rozkładzie o gęstości: 
2. Czas T (w min) pomiędzy przybyciem dwóch taksówek na postój jest zmienną losową o dystrybuancie:  .
   1. Oblicz prawdopodobieństwo, że 1<T<2
   2. Wyznacz gęstość tego rozkładu
   3. Oblicz E(T) i D(T)
3. Pewne urządzenie posiada dwie równoległe instalacje służące do wykonania określonej czynności (np. dwa niezależne układy hamulcowe w samochodzie). Instalacje pracują niezależnie, a czynność jest wykonywana poprawnie jeśli jedna z instalacji pracuje poprawnie. Czas bezawaryjnej pracy (w godzinach) każdej z instalacji ma rozkład wykładniczy o gęstości:  . Oblicz prawdopodobieństwo, że urządzenie będzie poprawnie wykonywało zaplanowane czynności przez co najmniej 20 godzin.